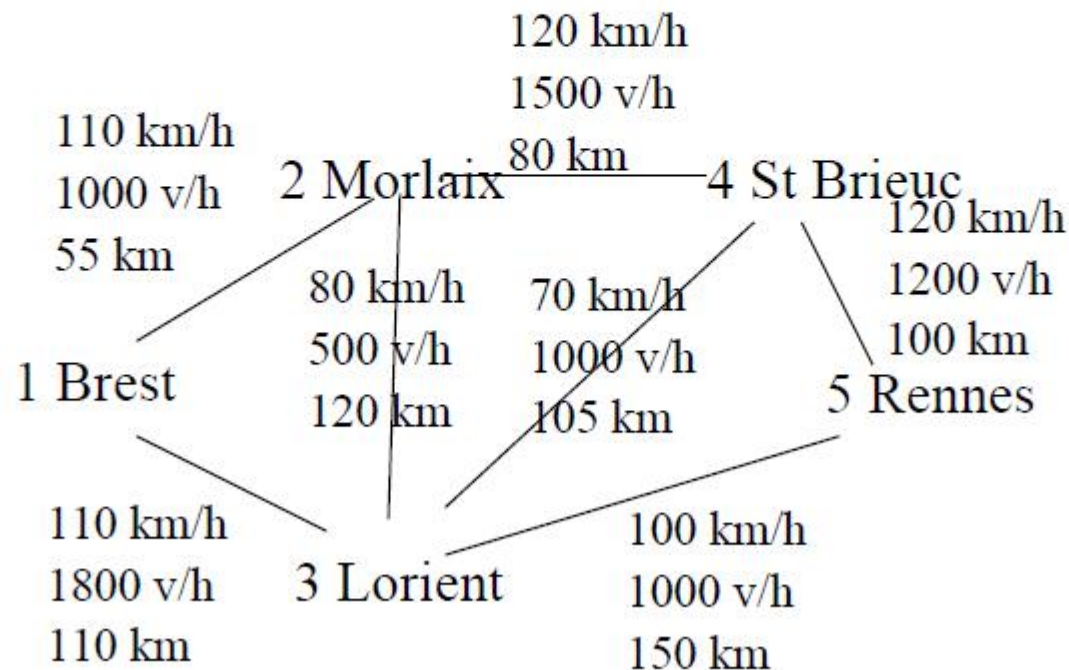


AFG TD 6 corrigé

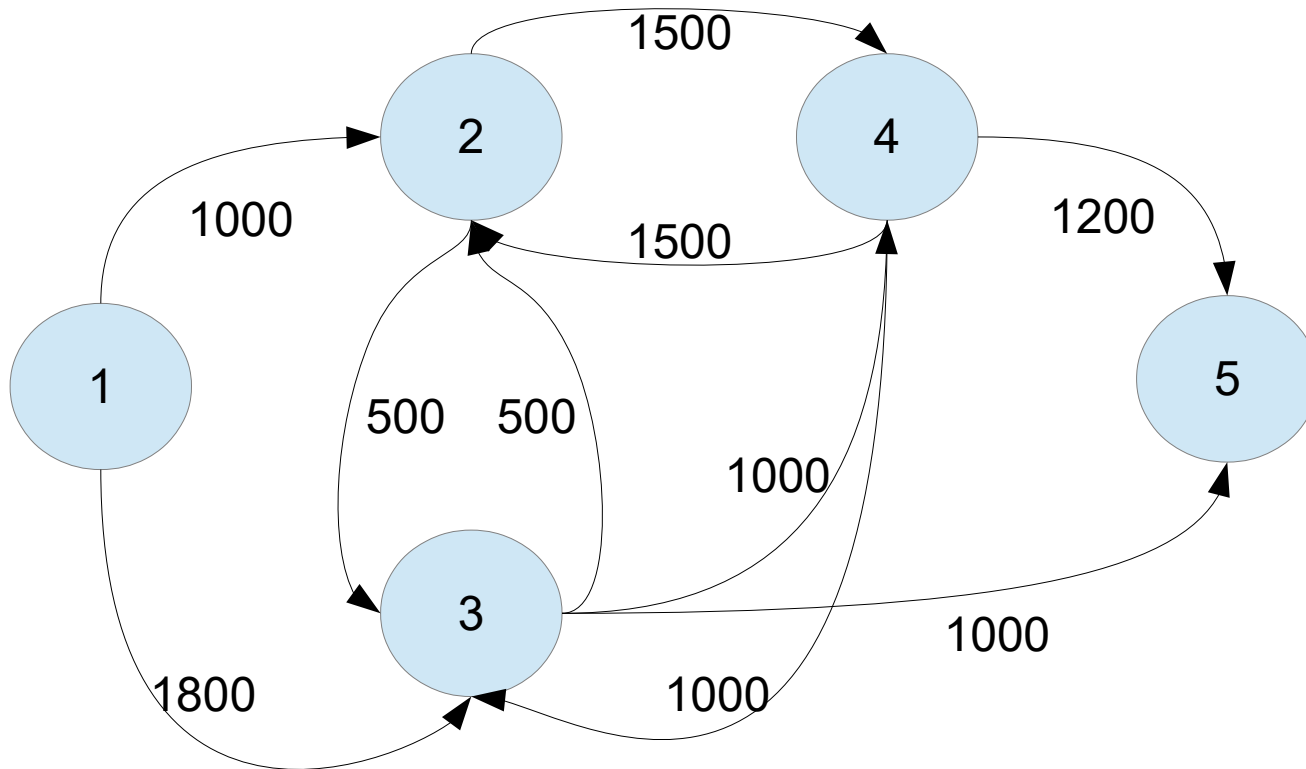
Le graphe de la figure ci-dessous représente les principaux axes routiers entre Brest et Rennes, avec les informations suivantes pour chaque tronçon de route :

- la vitesse autorisée, en km/h,
- le débit possible, dans chaque sens, en nombre de voitures/heure,
- la longueur du tronçon en km.



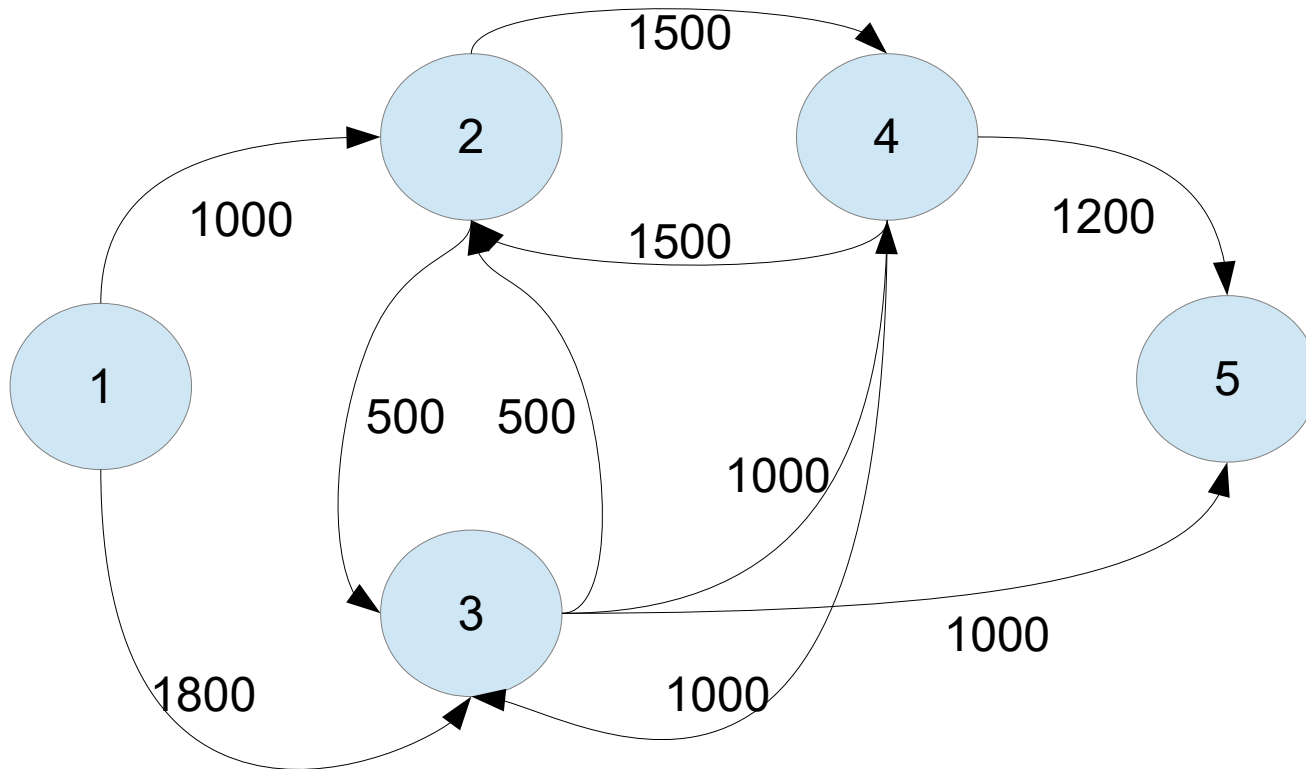
Q1

Il faut tenir compte uniquement des débits en voiture.
Pas la de revenir à Brest ou de repartir de Rennes



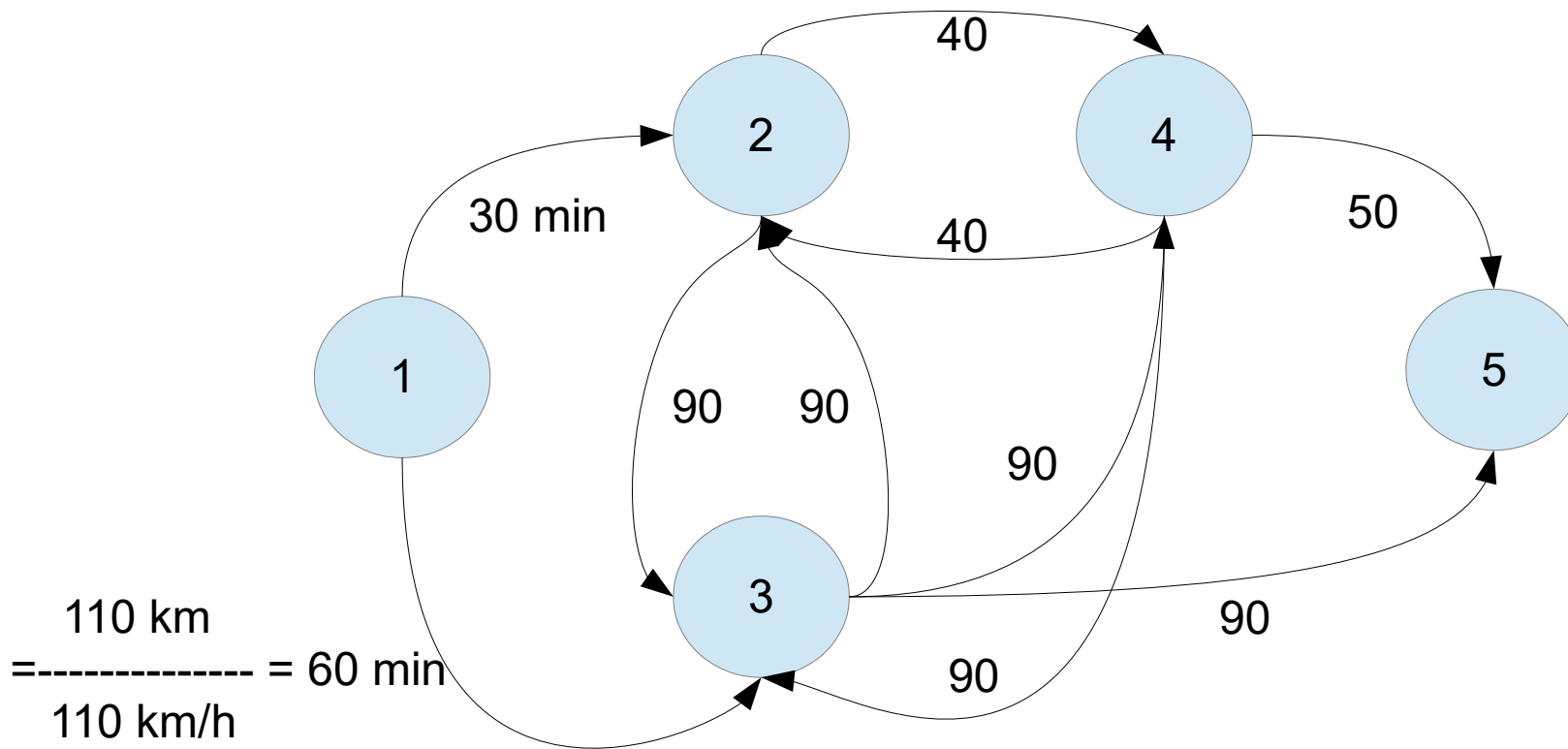
Q1

C'est un problème de flot maximum de S1 à S5. Voir transparents du cours partie 3



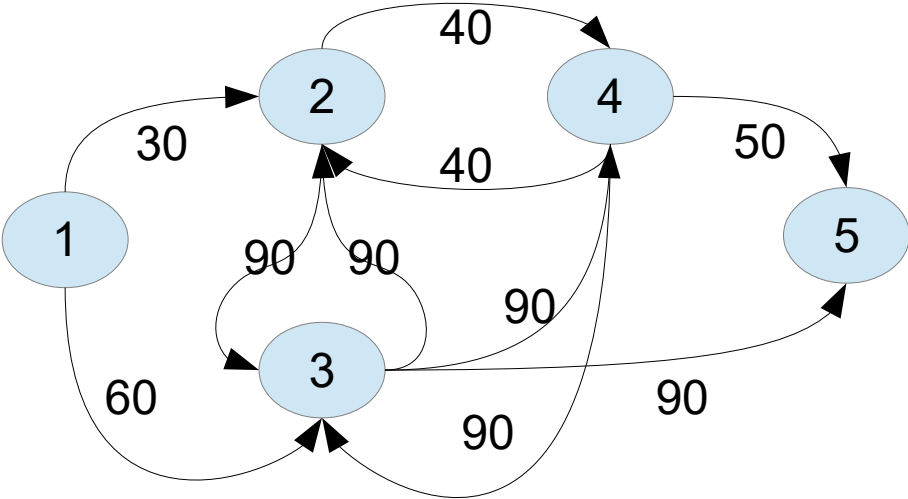
Q2

Q2: L'envoi d'un colis coûte 150E à partir de Brest si le temps de transport est de moins de 2h et 200E pour un temps de transport de 2h et plus. Donner les coûts d'expédition pour les différentes villes à partir de Brest.



Il faut calculer le temps de parcours associé à chaque arc (distance / vitesse), puis appliquer un algo de plus court chemin depuis Brest → temps de parcours depuis S1 → déduction du prix

Q2



		D - temps				
#	Choisi	D[1]	D[2]	D[3]	D[4]	D[5]
Init	-	0	∞	∞	∞	∞
1	S_1	0	30	60	∞	∞
2	S_2	0	30	60	70	∞
3	S_3	0	30	60	70	150
4	S_4	0	30	60	70	120
5	S_5	0	30	60	70	120

MAJ

en minutes

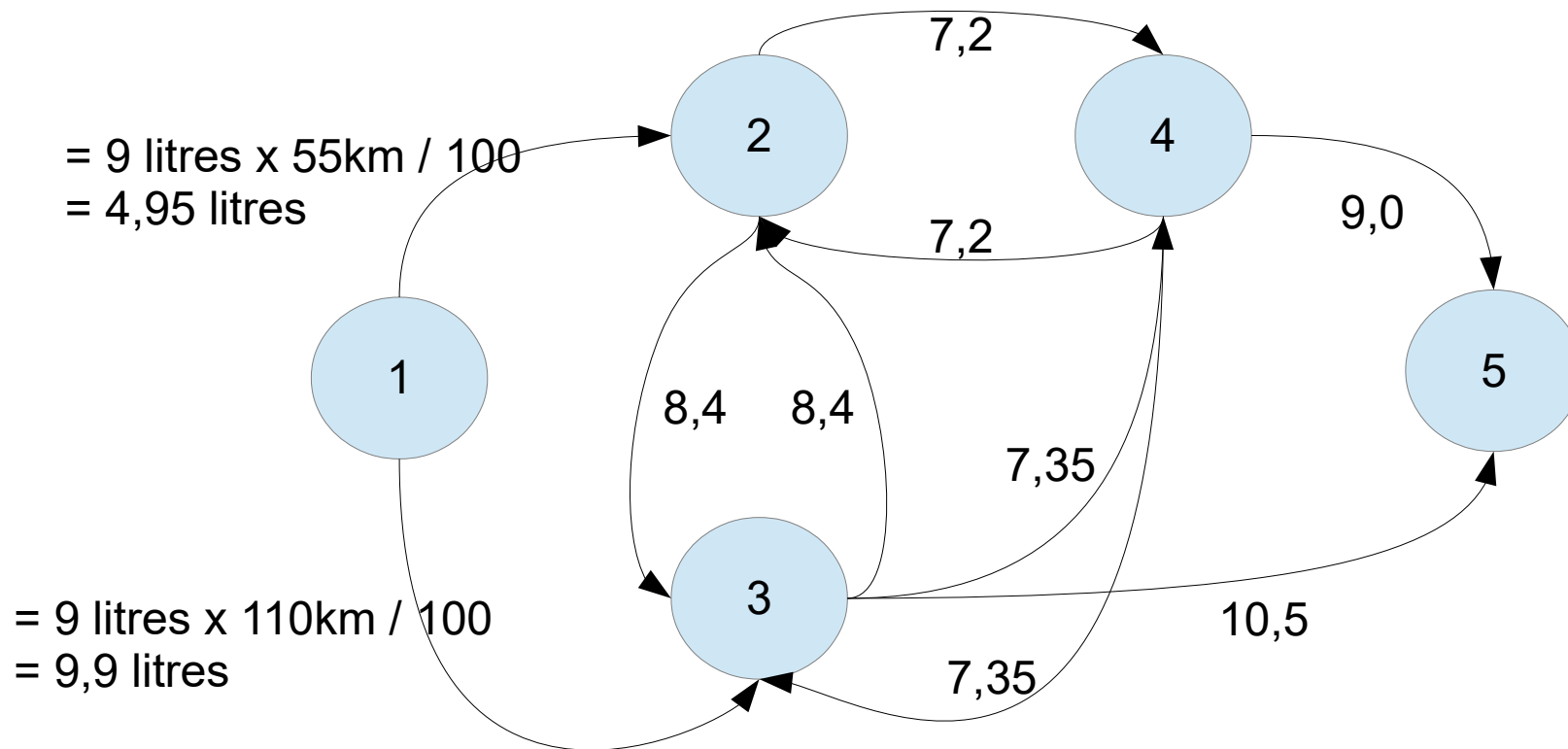
Brest Morlaix Lorient StBrieuc Rennes

prix : 150 € 150 € 150 € 150 € 200 €

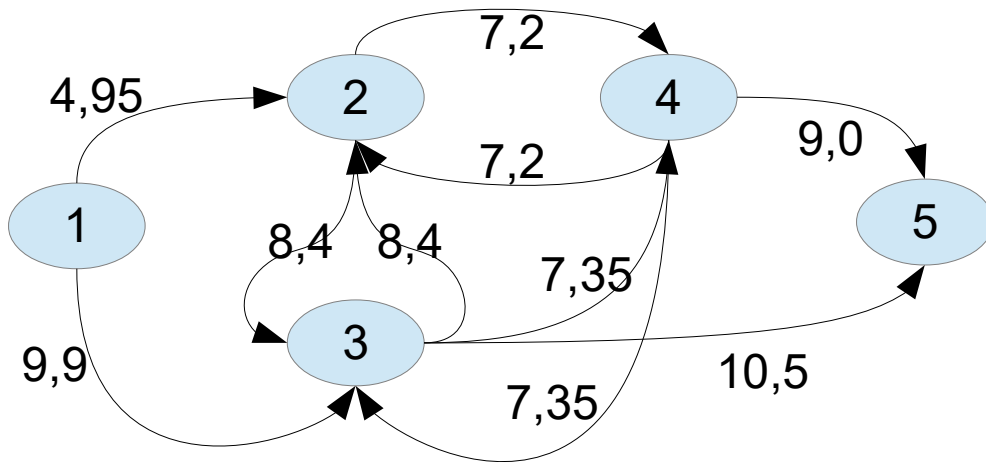
Q3

< strict à 110 km/h

Q3: Une voiture consomme 7 l/100 km si elle roule à 110 km/h, 9 l/100km pour une vitesse supérieure. Quel est le trajet le plus économe en carburant entre Brest et Rennes ?



On suppose que les voitures roulent à la vitesse max autorisée. Conso pour un tronçon : si vitesse max < 110km/h, alors 7 x longueur / 100, sinon, quand $\geq 110 \text{ km/h}$ 9 x longueur / 100



Q3

		D - conso				
#	Choisi	D[1]	D[2]	D[3]	D[4]	D[5]
Init	-	0	∞	∞	∞	∞
1	S_1	0	4,95	9,9	∞	∞
2	S_2	0	4,95	9,9	12,15	∞
3	S_3	0	4,95	9,9	12,15	20,4
4	S_4	0	4,95	9,9	12,15	20,4
5	S_5	0	4,95	9,9	12,15	20,4

MAJ

Conso minimale de Brest à Rennes.
Trajet 1 → 2 → 4 → 5

Q4

Q4: Quels sont les temps de parcours entre les différentes villes bretonnes si l'on roule à la vitesse maximale autorisée sur chaque tronçon ?

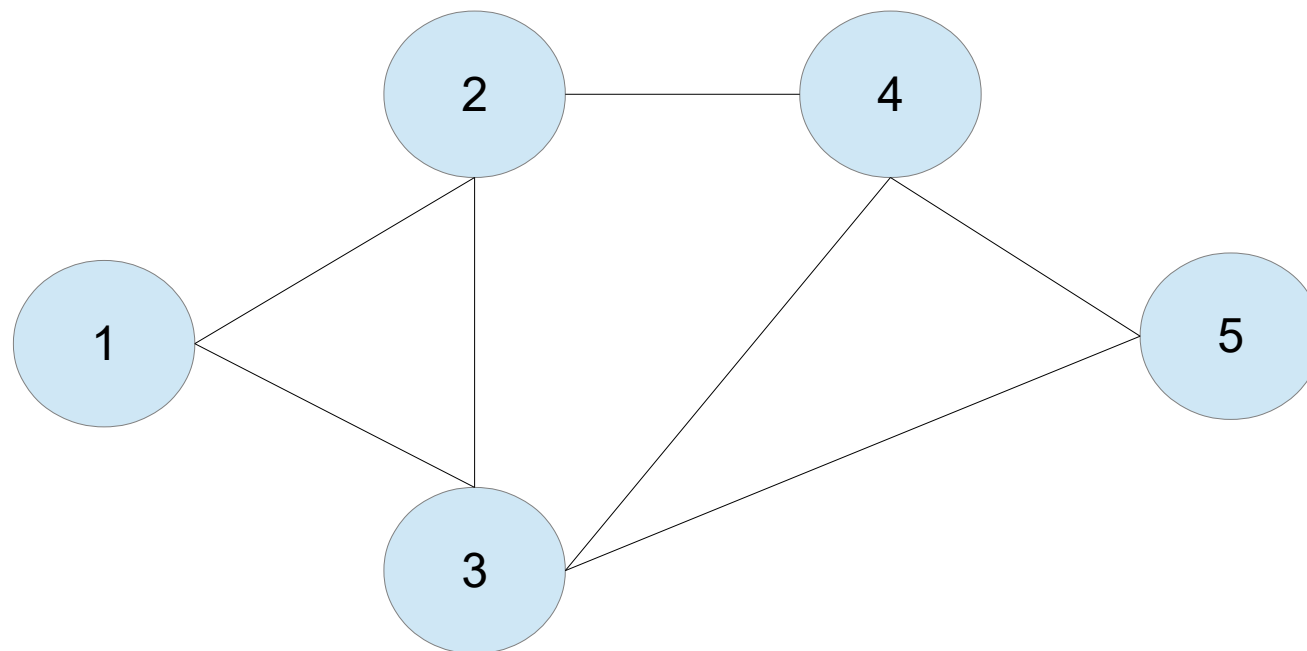
C'est le même graphe que pour la question Q2, on applique soit Dijkstra depuis chaque ville, soit directement l'algorithme de Floyd (calcul des plus courts chemins de tous vers tous, voir partie 2 du cours)

Q5

Q5: On souhaite moderniser en partie le réseau routier et rendre accessible par autoroute (à 130 km/h) toutes les villes bretonnes à partir de Rennes. Le coût des travaux, pour augmenter de 10 km/h la vitesse maximale autorisée pour une portion de route d'un kilomètre est de 100 000E. Le conseil général du Morbihan prend en charge les 66 % du coût des travaux pour la portion Lorient–Rennes si elle est réalisée. Comment optimiser le coût des travaux ? Quelles sont les tronçons à passer en autoroute ?

On travaille sur le graphe non orienté qui lie les villes. On veut sélectionner certains tronçons, de telle manière à ce que toutes les villes restent connectées entre elles, et que le coût total du réseau soit le plus petit possible. C'est un problème de calcul d'arbre de recouvrement minimal, à partir du sommet Rennes (voir partie 3 du cours)

→ poids des arêtes = coût de modernisation du tronçon (voir slide suivant)



Q5

Q5: On souhaite moderniser en partie le réseau routier et rendre accessible par autoroute (à 130 km/h) toutes les villes bretonnes à partir de Rennes. Le coût des travaux, pour augmenter de 10 km/h la vitesse maximale autorisée pour une portion de route d'un kilomètre est de 100 000E. Le conseil général du Morbihan prend en charge les 66 % du coût des travaux pour la portion Lorient–Rennes si elle est réalisée. Comment optimiser le coût des travaux ? Quelles sont les tronçons à passer en autoroute ?

Calcul du cout pour un tronçon.

Exemple : Lorient – Rennes :

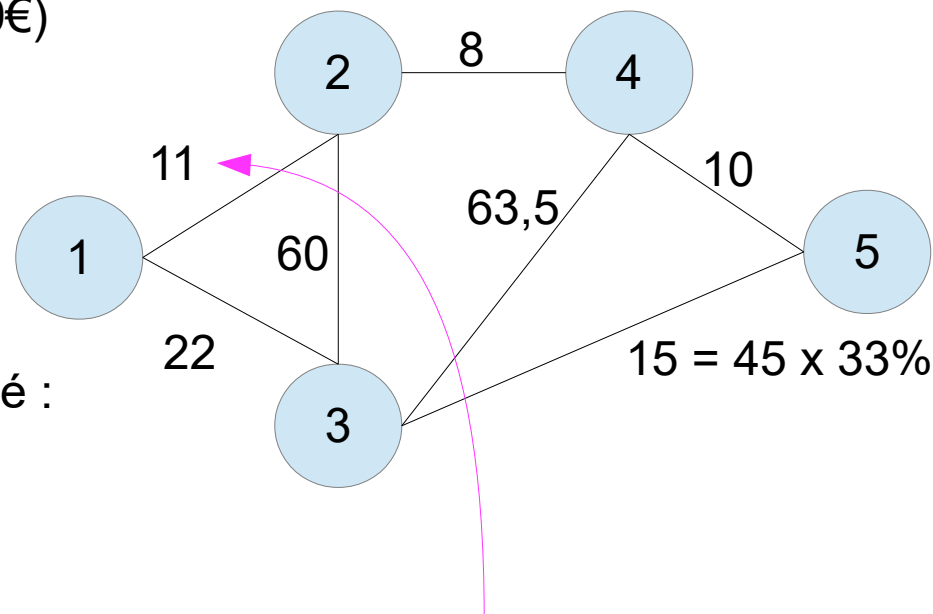
- il faut passer de 100 km/h à 130 km/h
→ 3 fois le cout pour augmenter seulement de 10 km/h
- Augmenter de 10 km/h
→ distance (150 km) x cout au kilometre (100.000€)

$$= 150 \times 100.000 \times 3 = 45\,000\,000 \text{ € (45 millions).}$$

Meme calcul pour tous.

Attention : en fait, Lorient – Rennes est subventionné :

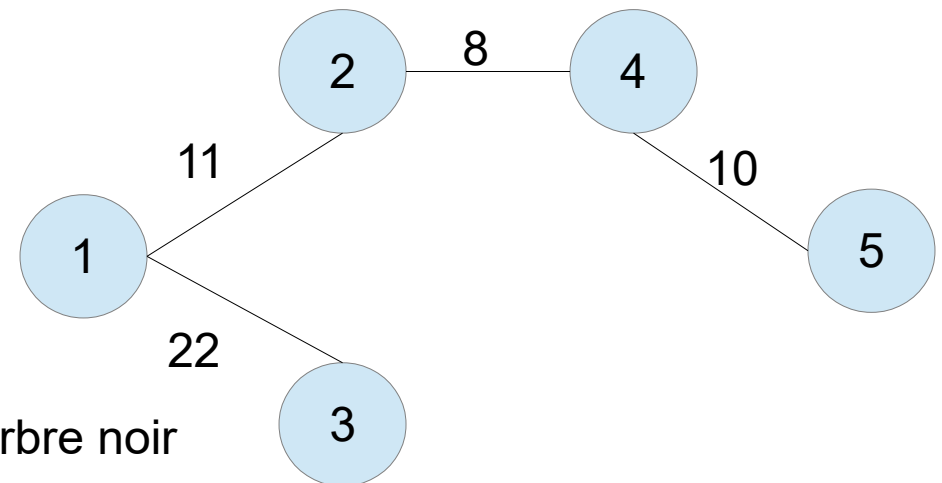
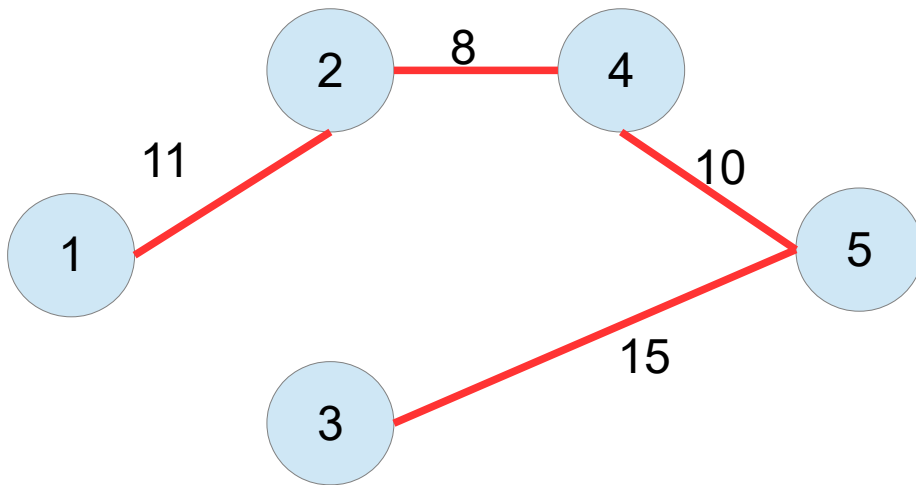
$$\rightarrow \text{cout} = \text{cout réel} - 66,6\% = \text{cout}/3 = 15 \text{ M€}$$



$$1 \rightarrow 2 : 55 \times 2 \times 100000 = 11\,000\,000 \rightarrow 11$$

Q5

L'arbre de recouvrement de racine 5 est dessiné en rouge.
Il est calculé par l'algorithme de monsieur Prim (voir partie 3 du cours)
Le cout total minimum de travaux est la somme des aretes
en rouge = 44 M€



Si Rennes – Lorient non subventionné, alors arbre noir
Car cout 22 pour 1-3 au lieu de 45 pour 5-3